

NIVEAU

3^e secondaire

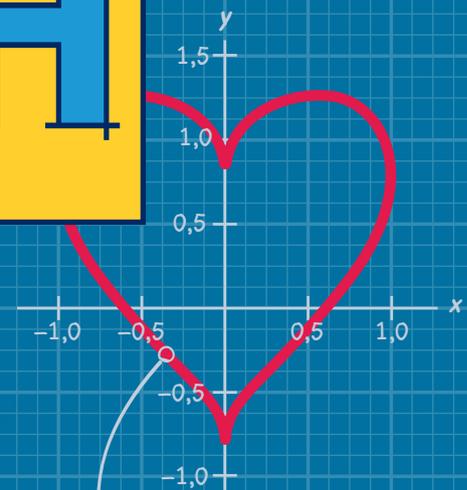
COMPOSANTE

Cahier de savoirs et d'activités

CARRÉMENT

MATH

3



$$x^2 + \left(\frac{5y}{4} - \sqrt{|x|}\right)^2 = 1$$

Pearson
ERPI

AUTEURS

Judith St-Hilaire
Daniel Desrosiers
Carine Morin

TABLE DES MATIÈRES



ARITHMÉTIQUE

CHAPITRE 1

LES NOMBRES ET LEURS REPRÉSENTATIONS	1
1.1 L'exponentiation	2
La notation exponentielle	2
Les lois des exposants	3
1.2 La notation scientifique	16
Révision	28
Énigmes mathématiques	34

ALGÈBRE

CHAPITRE 2

LES MANIPULATIONS ALGÈBRIQUES	35
2.1 Les conventions de l'algèbre	36
Le vocabulaire de l'algèbre	36
Les noms donnés aux expressions algébriques	37
Le degré d'un monôme	37
Le degré d'un polynôme	37
2.2 L'addition et la soustraction des expressions algébriques	39
L'addition des expressions algébriques	39
La soustraction des expressions algébriques	39
2.3 La multiplication des expressions algébriques	45
La multiplication d'un monôme par un monôme	45
La multiplication d'un monôme par un polynôme	45
La multiplication d'un binôme par un binôme	45

2.4 La division et la factorisation des expressions algébriques	52
La division des expressions algébriques	52
La division d'un polynôme par une constante	52
La division d'un polynôme par un monôme	52
La factorisation des expressions algébriques	53
Révision	62
Énigmes mathématiques	70

CHAPITRE 3

LES ENSEMBLES DE NOMBRES ET LES INÉQUATIONS	71
3.1 Les ensembles de nombres	72
Une représentation des ensembles de nombres	72
Les notations et les symboles associés aux ensembles de nombres	73
3.2 Les inéquations	82
La résolution d'une inéquation	82
La représentation de l'ensemble-solution d'une inéquation	83
La résolution d'une situation pouvant se traduire par une inéquation	84
Révision	97
Énigmes mathématiques	104

CHAPITRE 4

LES RELATIONS ET LES FONCTIONS	105
4.1 Les relations et leurs représentations	106
Les relations	106
Les représentations d'une relation	107
La réciproque d'une relation	108
4.2 Les fonctions et la fonction affine	117
Les fonctions	117
La fonction affine	118
Quelques cas particuliers de la fonction affine	119

4.3 Les propriétés des fonctions	134
Le domaine et l'image	134
Les extremums: le minimum et le maximum	134
Le signe	134
La variation	135
Les coordonnées à l'origine	135
4.4 La fonction rationnelle	142
4.5 La modélisation	154
Révision	162
Énigmes mathématiques	170

CHAPITRE 5

LES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS

5.1 La résolution d'un système d'équations (partie 1)	172
La résolution à l'aide d'une table de valeurs	173
La résolution à l'aide d'une représentation graphique	173
5.2 La résolution d'un système d'équations (partie 2)	180
La résolution à l'aide de la méthode algébrique	180
Le nombre de solutions: trois cas possibles	181
Une seule solution	181
Aucune solution	181
Une infinité de solutions	181
Révision	192
Énigmes mathématiques	198

GÉOMÉTRIE

CHAPITRE 6

PYTHAGORE, LES PROJECTIONS ET L'AIRE DES SOLIDES

6.1 La relation de Pythagore	200
Les composantes d'un triangle rectangle	200
La relation de Pythagore	200
6.2 Les projections et les perspectives	211
Les projections orthogonales	211

Les projections parallèles	214
La perspective cavalière	214
La perspective axonométrique	214
Les projections centrales	216
La projection à un point de fuite	216
La projection à deux points de fuite	217
6.3 L'aire totale des solides	219
L'aire totale des prismes droits et des cylindres droits	219
L'aire totale des pyramides droites et des cônes droits	222
L'aire d'une sphère	227
Révision	232
Énigmes mathématiques	238

CHAPITRE 7

LE VOLUME DES SOLIDES

7.1 Le volume des prismes droits et des cylindres droits	240
7.2 Les unités de mesure du volume et de la capacité	248
7.3 Le volume des pyramides droites et des cônes droits	256
7.4 Le volume des boules	261
Révision	266
Énigmes mathématiques	272

CHAPITRE 8

LES SOLIDES SEMBLABLES

8.1 Les figures semblables	274
8.2 Les solides semblables	277
Le rapport entre les arêtes homologues, k	277
Le rapport entre les aires des faces homologues, k^2	278
Le rapport entre les volumes, k^3	278
Les mesures manquantes dans les solides semblables	279
Révision	288
Énigmes mathématiques	294

STATISTIQUE

CHAPITRE 9

LES ÉTUDES STATISTIQUES	295
9.1 La préparation et l'échantillonnage	296
La préparation d'une étude statistique	296
Les types d'études statistiques	296
Les types de données	297
La formation de l'échantillon	300
Les méthodes d'échantillonnage	300
9.2 L'analyse des données	308
Les mesures de tendance centrale	308
Les mesures de position	316
Les mesures de dispersion	317
Le diagramme de quartiles	318
9.3 La présentation des résultats	326
Le tableau de données condensées	326
Les mesures de tendance centrale dans un tableau de données condensées	327
Le tableau de données groupées en classes	330
Les mesures de tendance centrale dans un tableau de données groupées en classes	331
Révision	340
Énigmes mathématiques	346

PROBABILITÉS

CHAPITRE 10

LES EXPÉRIENCES ALÉATOIRES	347
10.1 Les résultats possibles et leur dénombrement	348
L'univers des résultats possibles	348
La représentation des résultats possibles	348
Le dénombrement	350

10.2 Les probabilités	355
La probabilité théorique et la probabilité fréquentielle	355
La probabilité d'un ou de plusieurs événements	356
La probabilité géométrique	366
Révision	376
Énigmes mathématiques	382

ANNEXES

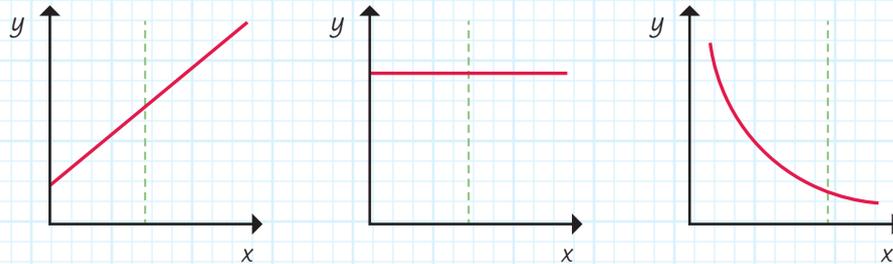
383

1. Les notations et les symboles mathématiques ...	384
2. Quelques formules de géométrie	386
La relation de Pythagore	386
Le périmètre, la circonférence et l'aire de quelques figures planes	386
L'aire et le volume de quelques solides	387
3. Les lois des exposants	388
4. Les ensembles de nombres	388
5. La conversion des unités de mesure	389
Les unités de mesure de la longueur	389
Les unités de mesure de l'aire	389
Les unités de mesure du volume	389
Les unités de mesure de la capacité	389
6. Le choix d'un diagramme	390
Diagrammes utilisés en présence de données qualitatives ou quantitatives discrètes	390
Diagrammes utilisés en présence de données quantitatives discrètes ou continues	391
7. Une démarche de résolution de problèmes	392

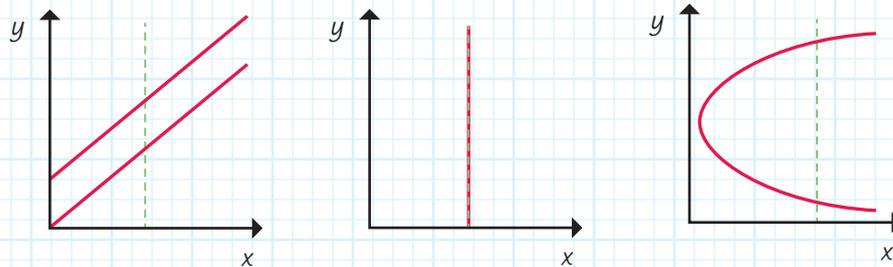
Les fonctions

Une **fonction** est une relation dans laquelle chacune des valeurs de la variable indépendante ne peut être associée qu'à une seule valeur de la variable dépendante.

EXEMPLES DE FONCTIONS



EXEMPLES DE RELATIONS QUI NE SONT PAS DES FONCTIONS



Dans un graphique, pour vérifier si une relation est une fonction, on peut tracer une droite verticale et la déplacer de gauche à droite. Si cette droite coupe la relation en deux endroits ou plus, ce n'est pas une fonction.

La notation fonctionnelle

On peut décrire une fonction à l'aide de la notation fonctionnelle. Dans ce cas, la variable dépendante, y , s'écrit $f(x)$. On dit « f de x » ou « fonction de x ».

La fonction affine

La **fonction affine**, ou fonction polynomiale de degré 0 ou 1, est une fonction qui peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b$.

$$f(x) = \underset{\substack{\text{taux de variation} \\ \swarrow}}{a}x + \underset{\substack{\text{valeur initiale} \\ \swarrow}}{b}$$

- Le **taux de variation**, a , est le rapport entre la variation de la variable dépendante et la variation de la variable indépendante. Ce rapport est constant.

Formule du taux de variation

$$\text{taux de variation} = \frac{\text{variation de la variable dépendante}}{\text{variation de la variable indépendante}}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- La **valeur initiale**, b , indique la valeur de la variable dépendante lorsque la variable indépendante vaut 0.

EXEMPLE

Description verbale

Le niveau d'eau d'un cylindre gradué est à 5 cm du fond. On ajoute de l'eau dans ce cylindre au rythme de 3 cm par minute. On observe la variation du niveau d'eau du cylindre en fonction du temps.

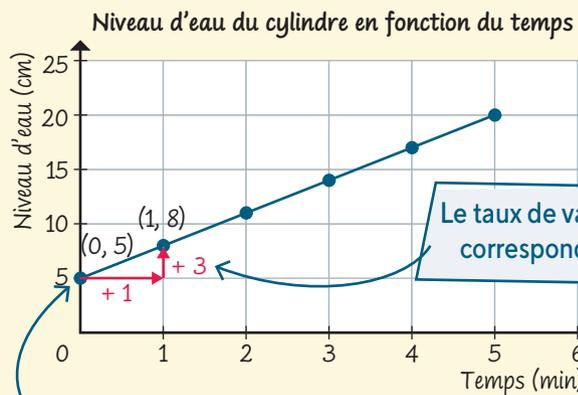
Table de valeurs

Niveau d'eau du cylindre en fonction du temps

Temps (min)	Niveau d'eau (cm)
0	5
1	8
2	11
3	14
4	17
5	20

Puisqu'on sait qu'au départ, le niveau d'eau est à 5 cm, on sait aussi que $b = 5$.

Graphique



La valeur initiale, b , est l'endroit où la variable dépendante coupe l'axe vertical.

Le graphique d'une fonction affine est toujours une droite.

Équation

$$f(x) = 3x + 5$$

DÉMARCHE ET EXEMPLE

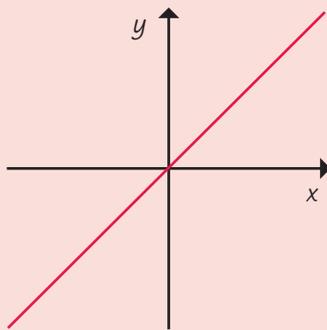
Quelle est l'équation de la droite de l'exemple précédent ?

1	Calcule le taux de variation, a , à l'aide de deux couples de coordonnées.	On choisit les points (2, 11) et (5, 20). $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{20 - 11}{5 - 2} = \frac{9}{3} = 3$
2	Calcule la valeur initiale, b , avec la valeur de a et un couple de coordonnées.	On utilise $a = 3$ et le point (2, 11). $y = ax + b$ $11 = (3 \cdot 2) + b$ $11 = 6 + b$ $11 - 6 = 6 + b - 6$ $5 = b$
3	Écris l'équation.	$f(x) = 3x + 5$

Quelques cas particuliers de la fonction affine

Cas 1

Si $b = 0$, alors $f(x) = ax$.

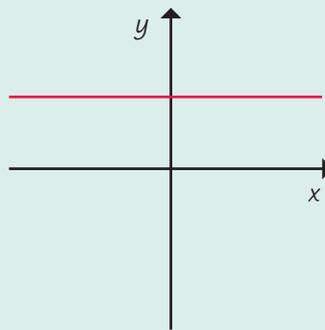


Le graphique de la fonction est une droite qui passe par l'origine, soit le couple de coordonnées (0, 0).

On parle alors de **fonction de variation directe** ou de fonction linéaire.

Cas 2

Si $a = 0$, alors $f(x) = b$.

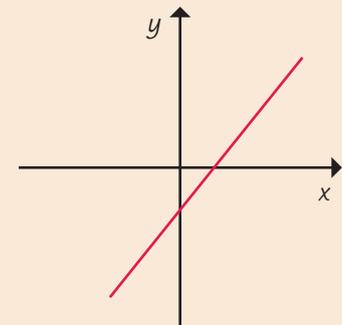


Le graphique de la fonction est une droite parallèle à l'axe horizontal.

On dit qu'il s'agit d'une **fonction de variation nulle**, d'une fonction constante ou d'une fonction polynomiale de degré 0.

Cas 3

Si $a \neq 0$ et $b \neq 0$, alors $f(x) = ax + b$.



Le graphique de la fonction ne passe pas par l'origine et n'est pas parallèle à l'axe horizontal.

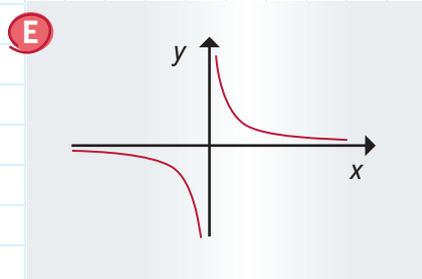
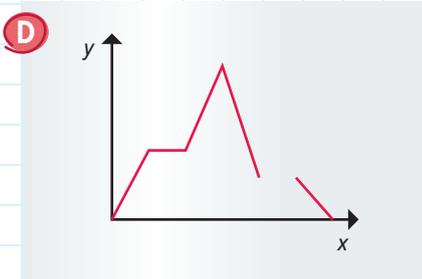
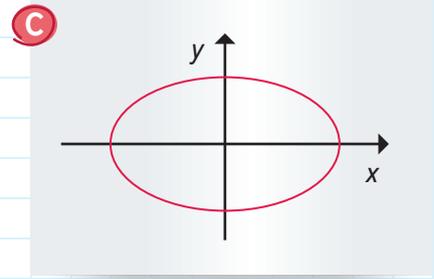
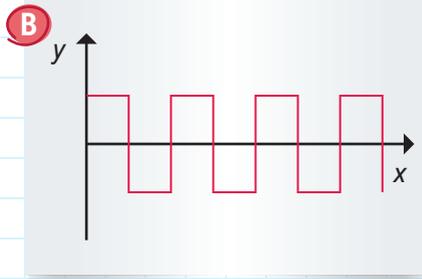
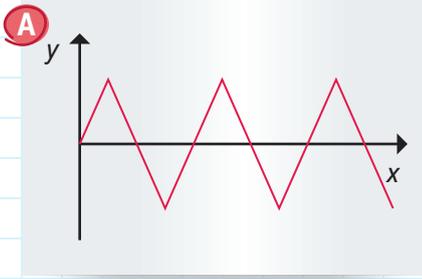
On lui donne le nom de **fonction de variation partielle**.

La fonction de variation directe permet de représenter les situations de proportionnalité directe.

1 Complète cette phrase.

Dans une fonction, à chaque valeur de la variable correspond valeur(s) de la variable .

2 Parmi ces relations, lesquelles sont des fonctions ?



RÉPONSE

QUI A RAISON ?

Sofiane

Une fonction linéaire est toujours affine.

Gordon

Si la représentation d'une fonction est une droite, c'est une fonction linéaire.

Rafael

Si la représentation d'une fonction passe par l'origine, c'est une fonction affine.

Kelly

Une fonction constante n'est pas une fonction affine.

Je pense que c'est qui a raison.

Pourquoi ?

3

Les situations suivantes sont-elles des fonctions ? Coche la bonne réponse.

Oui

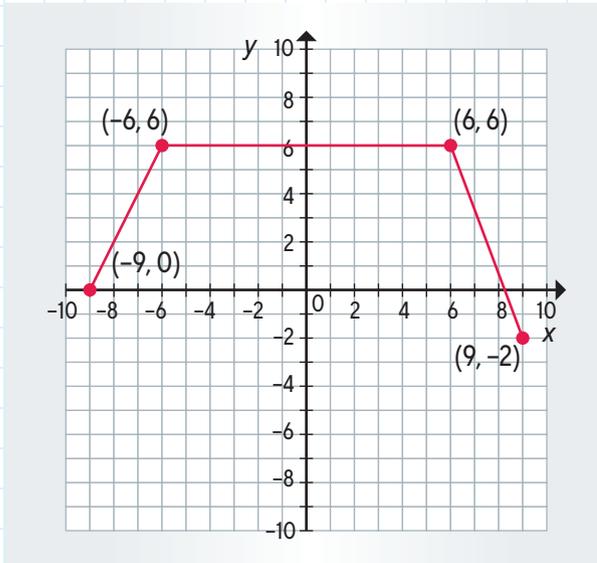
Non

- a) On s'intéresse au coût de location d'un outil selon le temps, en heures.
- b) On associe un nombre à tous ses diviseurs.
- c) On considère le salaire de Zoé en fonction du nombre d'heures travaillées.
- d) On observe la longueur de l'index de différentes personnes selon leur taille.
- e) On fait le lien entre le prénom d'un élève et son numéro de groupe.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

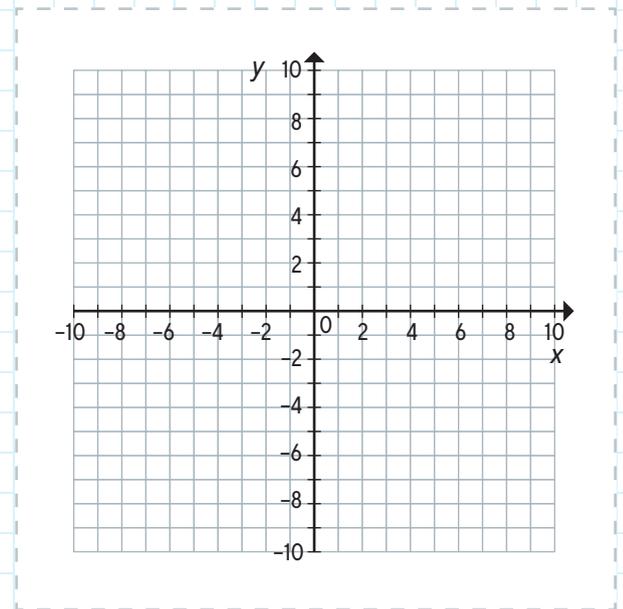
4

Observe ce graphique.

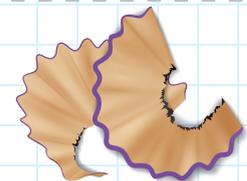


a) S'agit-il d'une fonction ?

b) Trace la réciproque. Au besoin, construis une table de valeurs.



c) La réciproque de cette fonction est-elle une fonction ? Explique ta réponse.



5

Cette table de valeurs montre le prix d'un sous-marin à la viande en fonction du nombre de garnitures.

- a) Quelle régularité remarques-tu dans la table de valeurs?

- b) Dans une fonction affine, à quoi correspond cette régularité?

- d) Dans une fonction affine, à quoi correspond ce prix?

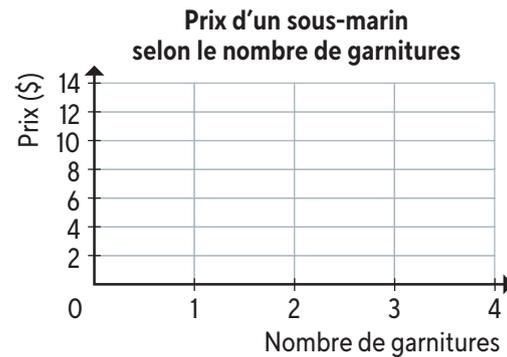
- f) Détermine l'équation de cette situation.

Prix d'un sous-marin selon le nombre de garnitures

Nombre de garnitures	Prix (\$)
0	5,99
1	6,98
2	7,97
3	8,96
4	9,95

- c) Quel sera le prix d'un sous-marin sans garniture?

- e) Trace le graphique de cette situation.



Calculer $f(4)$ signifie trouver la valeur de $f(x)$ lorsque $x = 4$.

6

Calcule la valeur de $f(4)$ dans chacune de ces fonctions.

a) $f(x) = -2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{3}$

c) $f(x) = 8$

d) $f(x) = \frac{5}{3}x$

7

Pour chaque fonction, calcule x si $f(x) = 3$.

a) $f(x) = 4x$

b) $f(x) = 0,5x + 15$

c) $f(x) = -15x + 200$

d) $f(x) = \frac{2x}{5} + \frac{1}{4}$

8

Calcule le taux de variation de chacune des situations suivantes. N'oublie pas de bien identifier les variables.

a) Entre 2011 et 2021, le salaire de Maria est passé de 9,65 \$/h à 17 \$/h.

b) Le nombre de joueurs actifs sur une plateforme de jeux en ligne est passé de 108 000 000 par mois en 2020 à 140 000 000 en 2021.

RÉPONSE

RÉPONSE

c) En seulement 5 heures, la température extérieure a baissé de 8 °C.

RÉPONSE



Remplis ces fiches d'information portant sur des fonctions affines.

Dans cet exercice, le taux de variation et la valeur initiale peuvent être déduits du contexte.

- a) Pour financer une activité sportive, Nathaniel vend des tablettes de chocolat à 5 \$ chacune. On s'intéresse au montant d'argent amassé en fonction du nombre de tablettes de chocolat vendues.

Variable indépendante

Variable dépendante

Taux de variation

Valeur initiale

Équation

Type de variation
(directe, nulle ou partielle)

- b) Pour financer ses études, Rafaëlle tond des pelouses. Elle demande 10 \$ pour payer son déplacement et l'essence de sa tondeuse. Elle demande 15 \$/h pour la tonte de pelouse. On s'intéresse à ses revenus en fonction du nombre d'heures travaillées.

Variable indépendante

Variable dépendante

Taux de variation

Valeur initiale

Équation

Type de variation
(directe, nulle ou partielle)

- c) Édouard se rend chez son père en voiture. Ce dernier habite à 52 km de chez lui. Édouard roule à une vitesse moyenne de 50 km/h. On s'intéresse à la relation entre le temps (en heures) et la distance à parcourir (en kilomètres).

Variable indépendante

Variable dépendante

Taux de variation

Valeur initiale

Équation

Type de variation
(directe, nulle ou partielle)

d) Le réservoir de la voiture de Lina contient 47 L d'essence. Elle consomme en moyenne 9,1 L d'essence par 100 km. On s'intéresse à la quantité d'essence dans le réservoir en fonction du nombre de kilomètres parcourus.

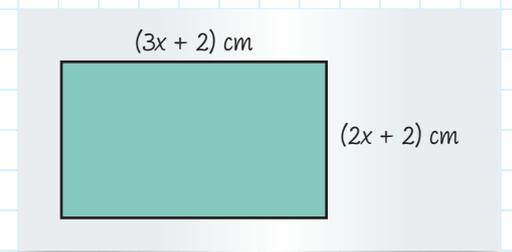
Variable indépendante	
Variable dépendante	
Taux de variation	
Valeur initiale	
Équation	
Type de variation (directe, nulle ou partielle)	

e) Étienne s'est inscrit au site web de son centre sportif. Pour 15,99 \$/mois, il a un accès illimité à un cours virtuel de mise en forme. On s'intéresse au coût mensuel en fonction du nombre de cours virtuels suivis.

Variable indépendante	
Variable dépendante	
Taux de variation	
Valeur initiale	
Équation	
Type de variation (directe, nulle ou partielle)	

10 Observe ce rectangle.

a) Quelle équation permet de calculer le périmètre de ce rectangle ?



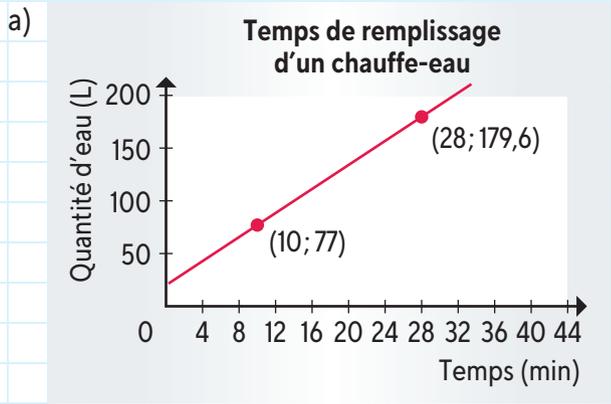
RÉPONSE

b) Cette équation correspond à quel type de fonction ?

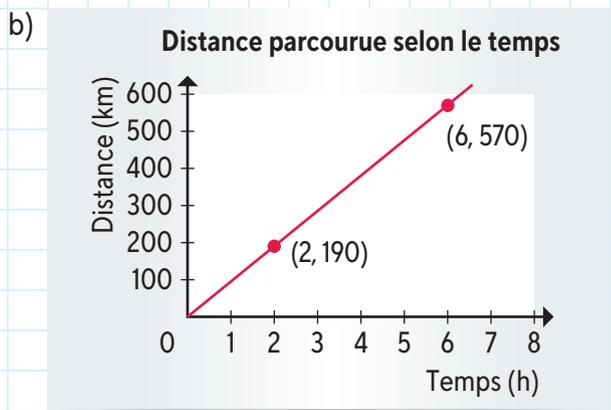
c) Remplis la table de valeurs de cette fonction.

x	0	3	6	7
y				

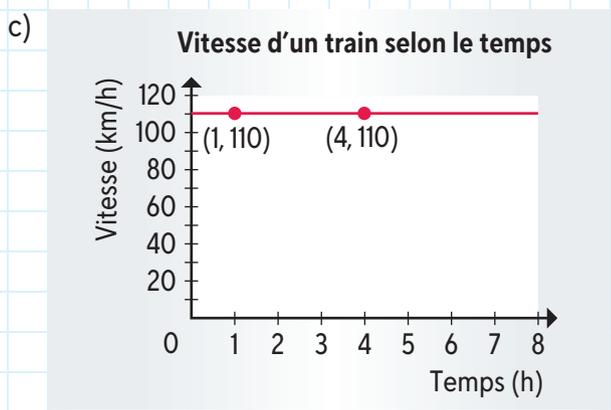
11 Trouve l'équation de chacune de ces fonctions affines.



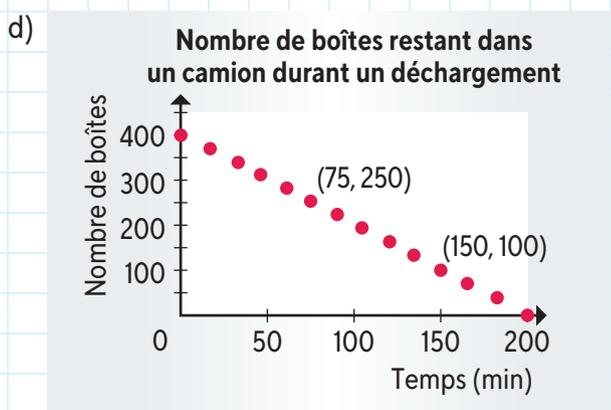
RÉPONSE



RÉPONSE



RÉPONSE



RÉPONSE

© ERPI Reproduction interdite

12

Parmi ces tables de valeurs, laquelle ou lesquelles correspondent à une fonction affine ?
Explique ta réponse.

A

x	2	7	11	12	20
y	13	33	49	53	85

B

x	4	7	10	11	15
y	18	51	102	123	227

Ex. :

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
 &= \frac{33 - 13}{7 - 2} \stackrel{?}{=} \frac{49 - 33}{11 - 7} \stackrel{?}{=} \frac{53 - 49}{12 - 11} \stackrel{?}{=} \frac{85 - 53}{20 - 12} \\
 &= \frac{20}{5} \stackrel{?}{=} \frac{16}{4} \stackrel{?}{=} \frac{4}{1} \stackrel{?}{=} \frac{32}{8} \\
 &= 4 = 4 = 4 = 4
 \end{aligned}$$

C

x	1	2	4	8	10
y	24	12	6	3	2,4

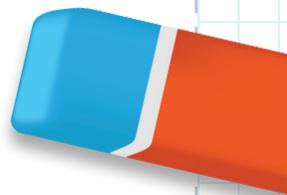
D

x	-5	-3	-1	4	8
y	21	11	1	-24	-44

RÉPONSE

13

Détermine l'équation de chacune des fonctions affines que tu as trouvées au numéro précédent.



14

Complète les tables de valeurs des fonctions suivantes.

On peut utiliser n'importe quelle lettre de l'alphabet pour nommer une fonction.

a)

$$f(x) = 2,5x + 4$$

x	10	12			42
$f(x)$			79	96,5	

CALCULS

b)

$$g(x) = \frac{2}{5}x - 1$$

x		0		5	
$g(x)$	-3		-0,4		1,8

CALCULS

c)

$$h(x) = -6x + 30$$

x			13		50
$h(x)$	36	-18		-120	

CALCULS

d)

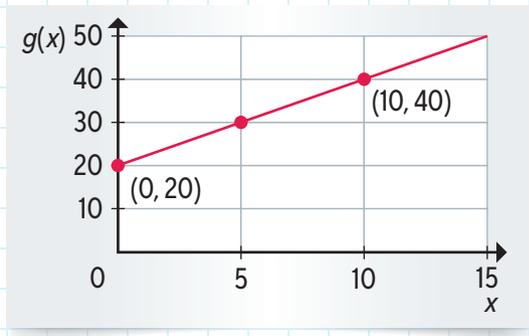
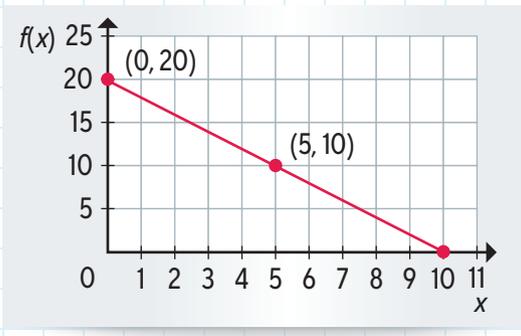
$$i(x) = 52,5x - 100,4$$

x	12	41	80		
$i(x)$				4992,1	5202,1

CALCULS

15

Ces deux graphiques présentent une fonction affine de variation partielle.



a) Donne la valeur initiale de chaque fonction.

b) Calcule le taux de variation de chaque fonction.

c) Détermine l'équation de chaque fonction.

d) Quelle est la différence entre les deux équations ?

e) Qu'est-ce qui distingue les deux droites ?

f) Que peut-on en conclure ?

g) Que peut-on dire de la droite d'une fonction où le taux de variation est nul ?

© ERPI Reproduction interdite

16

Le thermomètre de la piscine de Mathilde est gradué en degrés Celsius. Sa grand-mère est plus à l'aise avec les degrés Fahrenheit qu'avec les degrés Celsius. Mathilde aimerait l'aider à convertir les mesures. Elle sait qu'une température de $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ équivaut à $-40\text{ }^{\circ}\text{F}$. Elle sait aussi que $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ équivaut à $86\text{ }^{\circ}\text{F}$.

a) Quelles sont les variables indépendante et dépendante dans cette situation ?

b) Détermine l'équation qui permet de convertir les degrés Celsius en degrés Fahrenheit.

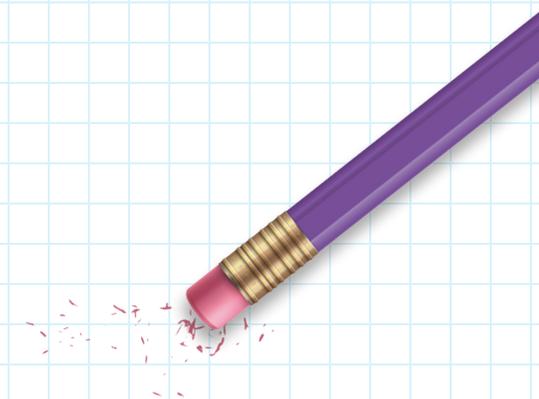
c) Le thermomètre de la piscine indique $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Convertis cette température en degrés Fahrenheit.

RÉPONSE

RÉPONSE

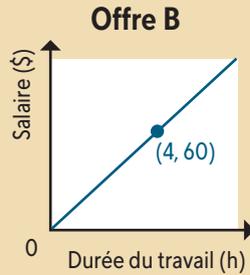
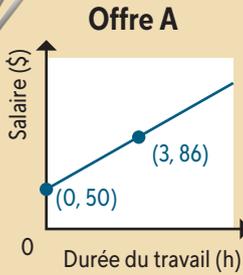
d) La grand-mère de Mathilde dit qu'elle ne se baigne que lorsque la température de l'eau est supérieure à $79\text{ }^{\circ}\text{F}$. Convertis cette température en degrés Celsius.

RÉPONSE



QUE CHOISIRAIS-TU ?

Michael est disponible 15 h/sem. pour travailler.
Il examine les deux offres d'emploi suivantes.
Quelle offre choisirais-tu ?



Je choisirais l'offre

Pourquoi ?

17

Jusqu'à une profondeur d'environ 150 km, il est possible de calculer la température du sol, en degrés Celsius, à l'aide de l'équation $T(d) = 30d + 20$, dans laquelle d est la profondeur, en kilomètres.

- a) Quelles sont les variables indépendante et dépendante dans cette situation ?

- b) Calcule $T(8)$. Que représente cette situation ?

RÉPONSE

- c) Calcule la valeur de d si $T(d) = 120$.
Que représente cette situation ?

RÉPONSE



18

Ce graphique montre le point d'ébullition de l'eau pure en fonction de l'altitude.

a) Comment se comporte le point d'ébullition de l'eau pure lorsque l'altitude change ?

b) Ce graphique correspond à quel type de variation ?

c) Détermine l'équation qui représente cette situation.

RÉPONSE

d) Calcule $f(4500)$. Qu'est-ce que cela signifie dans cette situation ?

RÉPONSE

e) Calcule x si $f(x) = 82$. Qu'est-ce que cela signifie dans cette situation ?

RÉPONSE

